# گردہ اور دیگر اعضاء کے انتقال اور پیوندکاری (Transplantation) کا فقہی جائزہ

از: پروفیسر ڈاکٹر عبدالعلی اچکزئی
شعبہ اسلامیات، بلوچستان یونیورسٹی کوئٹہ

مرض اور شفاء لازم وملزوم ہیں، تعلیمات نبوی کے مطابق "اللہ نے کوئی ایسی بیماری نہیں اتاری جس کے لئے اس نے شفاء نازل نہ کی ہو" [1]

شرط تلاش وجستجو ہے۔ عصر حاضر کی ایک اہم بیماری انسانی اعضاء کا ناکارہ ہونا ہے، جس کا علاج میڈیکل سائنس نے پیوندکاری یا ٹرانسپلانٹیشن کے ذریعے ممکن بنادیا ہے۔ یہ بات تو بالکل واضح ہے کہ انسانی اعضاء کی پیوندکاری، ان کی خرید وفروخت، ان کا عطیہ اور اس طرح کے بہت سے مسائل ایسے ہیں، جن کے بارے میں کتاب وسنت میں کوئی قطعی نص موجود نہیں ہے، اسی طرح تمام تر وسعتوں کے باوجود ہمارے فقہی سرمائے میں بھی صراحت کے ساتھ ان کا ذکر موجود نہیں ہے اور اس کا سبب یہ ہے کہ زمانہ قدیم میں ان مسائل کا قطعاً کوئی وجود نہ تھا، بلکہ یہ مسائل تو عصر حاضر کی سائنس، ٹیکنالوجی اور میڈیکل سائنس کی ترقی اور کرشمہ سازی کے مرہون منت ہیں۔

چونکہ ان مسائل سے متعلق کتاب وسنت اور کتب فقہ میں صریح احکام موجود نہیں ہیں، لہذا ان کے حل کے لئے اس طرح کی اجتہادی کوششیں ناگزیر ہیں، جس طرح ماضی میں بھی ہمارے اسلاف، ائمہ

دین اور فقہاء نے اپنے اپنے دور کے مسائل کے حل کے لئے اجتہاد سے کام لیا تھا۔

ہمارے دین اسلام اور شریعت بیضاء نے انسانیت کی فلاح و بہبود کے لئے جن مقاصد کلیہ کو پیش نظر رکھا ہے، ان میں سے ایک اہم مقصد انسانی جان کی حفاظت کا اصول بھی ہے ۔اب اکیڈمک اور سائنٹیفک طور پر چونکہ یہ بات پایہ ثبوت کو پہنچ چکی ہے کہ اندھے پن کے مرض کا علاج قرینہ کی پیوند کاری ہی سے ممکن ہے، یا دونوں گردوں کے معطل ہونے کی صورت میں انسانی جان کو صرف اس طرح بچایا جاسکتا ہے کہ ایک گردہ لے کر پیوند کردیا جائے، لہذا شرعی طور پر قرینہ، گردہ اور دیگر اعضاء کی پیوند کاری کے ذریعہ علاج جائز ہوگا، آنحضرت ﷺ نے خود بھی امراض کے ازالہ کے لئے علاج فرمایا اور مسلمانوں کو بھی امراض کے علاج کا حکم دیا۔

کسی انسان کا کوئی عضو ناکارہ ہو چکا ہو اور اس عضو کے عمل کو آئندہ جاری رکھنے کے لئے کسی متبادل کی ضرورت ہو تو اس ضرورت کو پورا کرنے کے لئے عموماً درج ذیل پانچ صورتوں میں سے ایک صورت اختیار کی جاتی ہے۔

۱۔ غیر حیوانی اجزاء کا استعمال۔

۲۔ ایسے جانوروں کے اجزاء کا استعمال جن کا کھانا شرعاً جائز ہے اور جو بطریقہ شرعی ذبح کئے گئے ہوں۔

۳۔ غیر ماکول اللحم یا ماکول اللحم مگر غیر مذبوح جانوروں کے اعضاء کا استعمال۔

۴۔ ایک انسان کے جسم کا ایک حصہ اسی انسان کے جسم میں استعمال کرنا۔

۵۔ کسی دوسرے انسان کے عضو کا استعمال۔

اب ذیل میں مذکورہ صورتوں کا فقہی جائزہ پیش کیا جاتا ہے۔

۱۔ غیر حیوانی اجزاء کا استعمال:۔

یہ صورت کہ انسان کے عضو کا بدل جمادات یا نباتات وغیرہ سے تلاش کیا

جائے اور فنی مہارت کے ذریعے اس کو کارآمد ومفید بنایا جائے ، جیسے مصنوعی دانت، مصنوعی آلہ سماعت وغیرہ ، یہ صورت زمانہ قدیم سے جاری ہے اور حال میں سائنسی ترقیات نے اس فن کو بہت آگے بڑھادیا ہے، یہ صورت بالاتفاق جائز ہے ، کیونکہ اس طرح کے مصنوعی اعضاء کا استعمال خود بعض صحابہ کرام ؓ نے رسول اللہ ﷺ کی اجازت سے کیا ہے، جیسا کہ روایت ہے کہ، حضرت عرفجہ ابن سعدؓ کی ناک دور جاہلیت کی ایک لڑائی (یوم الکلاب) میں کٹ گئی تھی ، انہوں نے چاندی کا ناک لگوایا تھا، لیکن اس میں کچھ بدبوسی پیدا ہوگئی تھی تو رسول اللہ ﷺ نے انہیں سونے کا ناک لگوانے کی اجازت دے دی (حاجت شدیدہ کی وجہ سے، ورنہ سونے کا استعمال مردوں کے لئے ممنوع ہے) ۲

اسی طرح طحاوی شریف میں سونے کے تاروں سے دانتوں کے باندھنے کا ذکر کیا گیا ہے اور لکھا ہے

" وقد روی عن جماعة من المتقدمين اباحة شد الاسنان بالذهب" ۳

قرآن حکیم میں اللہ تعالیٰ کا ارشاد ہے:

﴿هُوَ الَّذِیْ خَلَقَ لَكُمْ ما فِی الْاَرْضِ جمیعاً﴾ ۴

ترجمہ:

''اللہ تعالیٰ نے تمام زمینی اشیاء تمہارے استعمال کے لئے پیدا کی ہیں''۔

اس آیت اور اس مضمون کی دوسری آیات واحادیث کی روشنی میں فقہاء نے یہ قاعدہ بنایا ہے کہ:''

الاصل فی الاشیاء الاِباحة حتیٰ یدل الدلیل علی التحریم'' ۵

ترجمہ:

یعنی چیزوں میں اصل حکم اباحت اور جواز کا ہے، جب تک قرآن وسنت میں ممانعت نہ آئی ہو۔

مذکورہ بالا دلائل کی بناء پر فقہاء کے نزدیک غیر حیوانی اجزاء کا استعمال جائز ہے۔

۲۔ ماکول اللحم جانوروں کے اجزاء کا استعمال:۔اعضاء کی پیوند کاری کی دوسری صورت یہ ہے کہ ایسے جانوروں کے اعضاء کا استعمال کیا جائے، جن کا کھانا شرعاً جائز ہے اور جو بطریقہ شرعی ذبح کئے گئے ہوں، یہ صورت پہلی صورت کی طرح بالاتفاق جائز ہے، یہ مسئلہ فقہ کی عام کتابوں میں موجود ہے، نمونہ کے لئے چند عبارات ملاحظہ ہو۔

۱۔ تکملہ بحرالرائق میں ہے:

" وقال محمد فی السیر الکبیر لابأس بالتداوی بالعظم اذاکان عظم شاة اوبقرة اوبعیر اوفرس اوغیره من الدوّاب" [۶]

ترجمہ:

''امام محمد نے سیر کبیر میں کہا ہے کہ ہڈی سے علاج کرنے میں کچھ حرج نہیں ہے، جب کہ ہڈی بکری، گائے، اونٹ، گھوڑے یا دوسرے جانوروں کی ہو''

۲۔ خلاصۃ الفتاویٰ میں ہے

''اذا سقط السن .... یاخذ سن شاة ذکیة ویضعها مکانها'' [۷]

''جب دانت ٹوٹ کر گر جائے تو..... کسی ذبیحہ بکری کا دانت لے کر اس کی جگہ رکھ دے''

۳۔شامی نے امام کرخی کا یہ قول نقل کیا ہے:

قال الکرخی اذاسقطت ثنیة رجل....یأ خذ من شاة ذکیة یشد مکانها [۸]

ترجمہ:

''کرخی کہتے ہیں کہ اگر کسی شخص کے سامنے کے دانت جھڑ جائیں تو وہ مذبوح بکری کے دانت اس کی جگہ لگالے''۔

مذکورہ عبارات سے معلوم ہوا کہ جس طرح پاک مصنوعی اعضاء کا استعمال شرعاً جائز ہے، ماکول

اللحم مذبوحہ جانوروں کے اعضاء کا استعمال بھی کیا جاسکتا ہے، شرعاً اس میں کوئی مضائقہ نہیں ہے۔

### ۳۔ غیر ماکول اللحم یا غیر مذبوحہ جانوروں کے اعضاء کا استعمال:۔

تیسری صورت یہ ہے کہ جب جان کی ہلاکت یا عضو کے ضائع ہونے کا قوی خطرہ ہو اور اس مطلوبہ عضو کا بدل صرف ایسے جانوروں میں ہی مل سکتا ہے، جن کا کھانا حرام ہے، یا حلال تو ہے لیکن بطریق شرعی ذبح نہیں کئے گئے ہیں، تو ایسی صورت میں ان غیر ماکول اللحم یا ماکول اللحم مگر غیر مذبوح جانوروں کے اعضاء کا استعمال جائز ہے، جیسا کہ فتاویٰ ھندیہ میں امام محمد کا یہ قول مذکور ہے:

فقد جوز التداوی بعظم ماسوی الخنزیر والآدمی من الحیوانات مطلقاً من غیر فصل بینما اذاکان الحیوان ذکیا اومیتاوبینما اذاکان العظم رطبا اویابسا[۹]

''امام محمد نے سوائے آدمی وسور کی ہڈی کے سب حیوانات کی ہڈی سے دوا کرنا مطلقاً جائز کر دیا ہے، کوئی تفصیل اس کی نہ فرمائی کہ جانور مردار ہو یا ذبح کیا ہوا اور ہڈی خشک ہو یا تر ہو''۔

فتاویٰ ھندیہ میں ہی یہ عبارت بھی موجود ہے کہ مشائخ حنفیہ کتے کی ہڈی کا استعمال بھی بطور علاج جائز سمجھتے ہیں:

واما عظم الکلاب فیجوز التداوی به هکذا قال مشائخنا [۱۰]

''اور کتے کی ہڈی سے دوا کرنا جائز ہے، ایسا ہی ہمارے مشائخ نے فرمایا ہے''

خلاصہ یہ کہ اضطراری حالت میں ماکول اللحم و غیر ماکول اللحم ہر دونوں غیر مذبوح ہوں اور مضطر کے لئے کوئی متبادل شیء دستیاب نہ ہو سکے، تو اس کے استعمال کرنے میں کوئی حرج نہیں اور جہاں تک کسی ناپاک جانور مثلاً سور وغیرہ کے اعضاء کے استعمال کا تعلق ہے تو اس بارے میں علامہ یوسف القرضاوی لکھتے ہیں:

''انتہائی ناگزیر حالت میں اس کی اجازت دی جاسکتی ہے اور وہ بھی بہ قدر ضرورت

۔اسی طرح جس طرح انتہائی ناگزیر حالت میں اللہ تعالیٰ نے اس کے گوشت کو بقدر ضرورت حلال قرار دیا ہے، سور کی جو چیز حرام کی گئی ہے وہ ہے اس کا گوشت کھانا، جیسا کہ قرآن کی آیتوں سے پتا چلتا ہے، رہا اس کے اعضاء سے استفادہ کرنا، تو صراحت کے ساتھ کہیں بھی اس کی حرمت نہیں بیان کی گئی ہے......اور جہاں تک اس کے عضو کے نجس ہونے کا سوال ہے تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ وہ نجاست قابل گرفت ہوتی ہے جو جسم کے باہری حصہ میں لگی ہوتی ہے، جسم کے اندرونی حصے میں تو پہلے ہی سے پیشاب، پاخانہ اور خون کی صورت میں بے شمار نجاست اور غلاظت بھری ہوتی ہے، اس لئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ سور کے نجس عضو کو بدن کے اندرونی حصّے میں لگانا کوئی قابل اعتراض بات نہیں ہونی چاہیے''[۱۱]

۴۔ ایک انسان کے جسم کا ایک حصہ اسی انسان کے جسم میں استعمال کرنا:۔ پیوند کاری کی چوتھی صورت یہ ہے کہ انسان کے جسم کا کوئی حصہ اسی انسان کے جسم کے لئے استعمال کیا جائے، یعنی اپنا جزء اپنے ہی لئے استعمال کیا جائے، تو فقہاء کے نزدیک شرعاً اس میں کوئی قباحت نہیں، جیسا کہ امام ابو یوسفؒ کا قول نقل کرتے ہوئے امام کاسانی نے لکھا ہے کہ وہ کسی انسان کے لئے اس کے اپنے اور دوسرے کے دانت لگانے میں فرق کیا کرتے تھے، امام ابو یوسف کا قول ہے:

الفصل له من وجهين أحدهما ان سن نفسه جزء منفصل للحال عنه لكنه يحتمل أن يصير متصلاً في الثاني بأن يلتئم فيشد بنفسه فيعود الىٰ حالة الاولىٰ واعاد جزء منفصل الى مكانه ليلتئم جائز كمااذاانقطع شيء من عضوه فأعاده الى مكانه فانماسن غيره فلا يحتمل ذلك والثاني ان استعمال جزء منفصل عن غيره من بني آدم اهانة بذلك الغير والآدمي بجميع أجزاء ه مكرم ولااهانة في استعمال جزء نفسه في الاعادة الى مكانه[۱۲]۔

ترجمہ:

''دونوں میں فرق دو طرح سے ہے: اولاً اس طرح کہ اس کا دانت اس وقت اس سے الگ ہوا ہے، لیکن یہ احتمال ہے کہ وہ دوسرے لمحے اسے متصل ہو جائے، وہ اس طرح کہ وہ اس کو ملا لے اور خود ہی اس کو باندھ لے جس کی بناء پر سابقہ حالت لوٹ آئے اور کسی علیحدہ شدہ حصہ کو جوڑ لینا تاکہ وہ دوبارہ جڑ جائے، جائز ہے، جیسا کہ اگر اس کا کوئی ایک جزء کٹ گیا اور اس نے اس جزء کو اپنی جگہ دوبارہ لگا لیا تو جائز ہے، جبکہ دوسرے کے دانت میں اس کا احتمال نہیں ہے۔ دوسرا فرق یہ ہے کہ دوسرے انسان کے الگ شدہ حصّے کا استعمال کرنا دوسرے شخص کی اہانت ہے، حالانکہ انسان اپنے تمام اعضاء سمیت باعث تعظیم وتکریم ہے اور انسان کے اپنے حصّے کو دوبارہ لگا لینے میں کوئی حرج نہیں ہے''

مذکورہ عبارات سے ثابت ہوا کہ خود اپنے جسم میں اپنے جسم ہی سے پیوند کاری کرنے میں کوئی مضائقہ نہیں ہے۔

عصر حاضر میں پیوند کاری سے متعلق مذکورہ بالا چار صورتوں کے جواز پر تمام فقہاء کے درمیان تقریباً اتفاق پایا جاتا ہے۔

## ۵۔ ایک انسان کا عضو دوسرے انسان کے لئے استعمال کرنا:۔

اعضاء کی پیوند کاری اور انتقال کی اہم صورت اور اصل مسئلہ جس کے بارے میں فقہاء کے درمیان اختلاف پایا جاتا ہے، یہ ہے کہ ایک انسان کا عضو دوسرے انسان کے لئے استعمال کیا جائے، جیسا کہ آنکھوں، پھیپھڑوں، گردوں اور قلب وغیرہ کے لئے ہوا کرتا ہے۔ عام طور پر ہمارے علماء کا رجحان اس کے ناجائز ہونے کی طرف ہے، لیکن اس مسئلہ کا ایک اہم پہلو یہ ہے کہ اگر ایک شخص جس کے دو گردے کارگر ہوں اور ایک ہی گردہ اس کے لئے کافی ہو جاتا ہو، دوسرے گردہ سے وہ اپنے کسی بھائی کی جان کا تحفظ کر سکتا ہو، جس کے پاس ایک گردہ بھی کام کا نہ ہو، تو کیا اس کے لئے یہ گنجائش نہ ہوگی کہ وہ اپنے ایک

گردہ سے اپنے بھائی کی جان بچالے، یا اگر ایک شخص جو اپنی جان دے رہا ہے وہ اپنی آنکھ کسی دوسرے نابینا کو ہبہ کردے، جس سے اس کو بینائی زندگی بھر حاصل ہوجائے، اسلام کی مجموعی تعلیمات سے اندازہ ہوتا ہے کہ وہ اس قسم کے ایثار واعانت کو پسندیدگی کی نظر سے دیکھتا ہے، جیسا کہ ڈاکٹر یوسف القرضاوی لکھتے ہیں:

''اسلامی شریعت کا اصول یہ ہے کہ بقدر امکان کسی کی مصیبت کو دور کرنے کی کوشش کی جائے، جبھی تو بھوکوں کو کھانا کھلانا، قیدیوں کو رہائی دلانا، مریض کا علاج کرانا اور مرتے ہوئے شخص کی جان بچانا شریعت کی نظر میں بڑے نیک اعمال ہیں۔ کسی مسلم کو یہ بات زیب نہیں دیتی کہ کسی شخص کو مصیبت میں دیکھے اور اس کی مدد نہ کرے، اس بناء پر ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر کسی مریض کو کسی انسانی عضو کی اتنی شدید ضرورت ہے کہ اس کے بغیر اس کا زندہ رہنا مشکل ہے، مثلاً یہ کہ اس کا گردہ ناکارہ ہوجائے اور اسے گردے کی شدید ضرورت ہے تو ایسی صورت میں کوئی شخص اپنے دو گردوں میں سے ایک گردے کا عطیہ دے کر اس کی جان بچالے، تو اس کا یہ عمل باعث اجر وثواب ہے، اگر مال ودولت کا عطیہ باعث اجر وثواب ہے تو انسانی عضو کا عطیہ اس بھی بڑھ کر کار ثواب ہے، کیوں کہ مال کے بغیر محتاج انسان مر نہیں جائے گا، لیکن اس عضو کے بغیر اس کی زندگی ختم ہوسکتی ہے، البتہ انسانی عضو کا عطیہ کرنا چند شرطوں کے ساتھ جائز ہے۔

۱۔ کسی ایسے عضو کا عطیہ جائز نہیں ہے جو جسم میں ایک ہی عدد ہو، مثلاً دل، کیوں کہ اس کا عطیہ دینے کے بعد انسان کے لئے زندہ رہنا ممکن نہیں ہے۔

۲۔ اسی طرح کسی ظاہری عضو کا عطیہ دینا جائز نہیں ہے، مثلاً ہاتھ، پیر، آنکھ وغیرہ۔

۳۔ عطیہ دینے سے اگر بیوی اور بال بچوں میں سے کسی کو نقصان ہو رہا ہو، تو ایسی صورت میں عطیہ دینا جائز نہیں ہے۔

۴۔عضو کا عطیہ کرنے والا عاقل و بالغ ہو''۱۳

ایک انسان کا عضو دوسرے انسان میں لگانے کے جواز پر کوئی نص موجود نہیں ہے،اس لئے یہ ایک اجتہادی مسئلہ ہے،اس مسئلے میں تحقیق واجتہاد کا دارومدار صرف فقہی قواعد پر ہے،جو نصوص سے مستنبط ہیں اور یہاں جن قواعد کا اس مسئلے پر انطباق ہوسکتا ہے،وہ درج ذیل ہیں۔

الضرورات تبیح المحضورات ۱۴

''ضرورتیں ناجائز چیزوں کو جائز بنا دیتی ہیں''

فقہاء کے نزدیک ''ضرورت'' سے مراد مطلق حاجت اور تکلیف نہیں ہے،بلکہ اس سے مراد اضطرار اور بےبسی کی وہ حالت ہے کہ اگر ایک انسان نے کسی ممنوع چیز کو استعمال نہ کیا تو وہ مرجائے گا یا قریب الموت ہوجائے گا اور ''حاجت'' اس حالت کو کہا جاتا ہے جس میں انسان کے مرنے یا قریب الموت ہونے کا خطرہ تو نہ ہو،لیکن وہ تکلیف اور پریشانی میں مبتلا ہو،جیسا کہ علامہ حموی نے فتح المدیر کے حوالہ سے نقل کیا ہے:

"فالضرورة :بلوغه حداً ان لم يتناول الممنوع ،هلك أوقارب ،وهذا يبيح تناول الحرام،والحاجة : كالجائع الذى لولم يجدما يأكله لم يهلك غير انّه يكون فى جهد ومشقة" ۱۵

مذکورہ قاعدے کی بنیاد پر اعضاء کی پیوندکاری کی اجازت دی جاسکتی ہے،بشرطیکہ متبادل دستیاب نہ ہو اور ڈاکٹر کی رائے میں اس پیوندکاری کی کامیابی اور مریض کی صحت یابی کا ''ظن غالب ہو۔''

انسانی اعضاء کی پیوندکاری سے متعلق دوسرا قاعدہ یہ ہے کہ:

" اذاتعارض مفسدتان رُوعِى اعظمها ضراراً بارتكاب اخفهما" ۱۶

ترجمہ:

''جب دو خرابیوں کے درمیان تعارض ہوتو زیادہ نقصان دہ خرابی سے بچنے کے لئے کم تر خرابی کو

اختیار کیا جائے گا"۔

فقہاء نے اس قاعدے کا انطباق مختلف مسائل پر کیا ہے، مثلاً اگر کسی حاملہ میت کے بچے کی زندگی کا غالب گمان ہو تو اس کے پیٹ کو چاک کر کے بچہ کو نکالا جاسکتا ہے، ۱۷ مقصد یہ ہے کہ زندہ انسان کی جان بچانے کے لئے لاش کی بے حرمتی برداشت کی جاسکتی ہے، کیونکہ زندہ انسان کا مرجانا بڑا نقصان ہے اور لاش کے پیٹ کو چاک کرنا اس کے مقابلے میں کم تر نقصان ہے، اس لئے مذکورہ شرعی قاعدے کی روشنی میں اس نقصان کو برداشت کر لینا چاہئے۔

اسی طرح مذکورہ مسئلے پر اس قاعدہ کا انطباق اس طرح کیا جاسکتا ہے کہ مریض کا مرجانا بڑا نقصان ہے اور میت کے عضو کو کاٹ کر مریض کے جسم میں لگانا نسبتاً کم خرابی ہے، اس لئے بڑے نقصان سے بچنے کے لئے میت کی بے حرمتی کو برداشت کر لینا چاہیے، بشرطیکہ متبادل موجود نہ ہو اور مریض کے بچنے کی قوی امید ہو، جس طرح بچے کی زندگی بچانے کے لئے اس کی مردہ ماں کا پیٹ چاک کرنے کی بے حرمتی برداشت کی جاتی ہے۔ ۱۸

تیسرا قاعدہ جس کی بنیاد پر اعضاء کی پیوندکاری کا جواز بنتا ہے، یہ ہے کہ:

"المشقة تجلب التيسير" ۱۹

"مشقت آسانی کو لاتی ہے" یعنی مشکلات سہولت کا سبب ہو جاتی ہیں اور تنگی کے موقعہ پر توسیع دی جاتی ہے

مذکورہ بالا قواعد اور ان جیسے دوسرے فقہی قواعد کی بناء پر اضطراری حالت میں بقدر ضرورت انسانی اعضاء کی پیوندکاری کا عمل جائز ہوگا۔

جن لوگوں نے اعضاء کی پیوندکاری سے منع کیا ہے، گو انہوں نے اس کے مختلف اسباب بیان کئے ہیں، مگر اصل سبب جو ان کے پیش نظر ہے، وہ انسانی حرمت و کرامت کا تحفظ ہے، اکثر فقہاء نے انسانی اجزاء سے انتفاع کو اس لئے منع کیا ہے کہ انسانی متاع خرید و فروخت نہ بن جائے، یہ اس کی شان و تکریم کے خلاف ہے، جیسا کہ بحر الرائق میں ہے:

وشعر الانسان والانتفاع به ای لم یجز بیعه، والانتفاع به لان الآدمی مکرم غیر مبتذل فلا یجوز ان یکون شی ء من اجزائه مهاناً مبتذلاً [۲۰]

ترجمہ:

''انسان کے بال سے نہ انتفاع جائز ہے، نہ اس کی بیع جائز ہے، اس لئے کہ آدمی مکرم ہے نہ کہ قابل صرف کوئی چیز، پس نہیں چاہیے کہ اس کے اجزاء میں سے کسی بھی جزء کو ذلیل کیا جائے اور اس کو استعمال کیا جائے''

اس عبارت سے ثابت ہوتا ہے کہ انسانی اعضاء سے انتفاع کی ممانعت اس زمانے میں اس لئے تھی کہ اس سے انسان کی توہین تصور کیا جاتا تھا اور اس دور میں ایسے طریقے بھی رائج نہیں ہوئے تھے کہ شائستہ طور پر انسانی اجزاء سے انتفاع کیا جا سکے، جبکہ ہمارے زمانے میں اس عمل کو انسان کی توہین نہیں سمجھا جاتا، اگر کوئی شخص اپنا عضو کسی اور کو دے دے، تو نہ وہ خود اپنی اہانت کا احساس کرتا ہے، نہ لوگ ایسا محسوس کرتے ہیں، بلکہ اس کی قدر و منزلت میں اضافہ ہو جاتا ہے، اس لئے بڑے بڑے قائدین اور زعماء اپنے اعضاء کے سلسلے میں اس قسم کی وصیت کر جاتے ہیں اور یہ چیز ان کے لئے نیک نامی کا باعث ہوتی ہے اور انسانیت نوازی سمجھی جاتی ہے۔ ایک انسان کے جسم کا خون دوسرے انسان کے جسم میں منتقل کیا جا سکتا ہے، اب اس پر قریب قریب اتفاق ہو چکا ہے، حالانکہ جزء انسانی سے انتفاع کو مطلقاً توہین انسانی باور کیا جائے تو اسے بھی ناجائز ہونا چاہیے کہ جزء انسانی ہونے میں دونوں کی حیثیت یکساں ہے۔ [۲۱]

مفتی کفایت اللہ گو اعضاء کی پیوند کاری کو درست نہیں سمجھتے، تاہم وہ بھی مطلقاً اجزاء سے انتفاع کو حرام نہیں کہتے ہیں اور اس کو تسلیم کرتے ہیں کہ کبھی اجزاء انسانی کا استعمال ایسا بھی ہو سکتا ہے جو مستلزم اہانت نہ ہو، وہ لکھتے ہیں:

''یہ شبہ کہ انسان کے اجزاء کا استعمال ناجائز ہے، اس لئے وارد نہ ہونا چاہیے کہ استعمال کی صورت میں مستلزم اہانت ہو، وہ ناجائز ہے اور جس میں اہانت نہ ہو تو بضرورت وہ استعمال

ناجائز نہیں، جیسے رسول اللہ ﷺ کے موئے مبارک کو پانی میں دھو کر وہ پانی مریض پہ چھڑکا یا پلایا جاتا تھا'' ۲۲

پس چونکہ موجودہ زمانے میں اجزاءِ انسانی سے انتفاع کے ایسے طریقے ایجاد ہو گئے ہیں جو مستلزم اہانت نہیں ہیں اور نہ عرف میں ان کو اہانت سمجھا جاتا ہے، اس لئے اصولی طور پر ان کو درست اور جائز ہونا چاہیے۔

پہلے بھی گزر چکا ہے کہ انسانی جان کے تحفظ اور بقاء کے لئے قابل احترام چیزوں کی اہانت قبول کی جاسکتی ہے، مثلاً جب کوئی حاملہ مرجائے اور اس کے پیٹ میں بچہ ہو جو حرکت کرتا ہو، تو فقہاء نے عورت کے آپریشن کی اجازت دی ہے اور استدلال یہ کیا ہے کہ یہاں تعظیم میت کو ایک زندہ نفس کی بقاء کے لئے ترک کیا جارہا ہے، جیسا کہ بحرالرائق میں ہے:

'' لان ذٰلک تسبب فی احیاء نفس محترمة بترک تعظیم المیت فالاحیاء اولیٰ '' ۲۳

اور یہاں بھی چونکہ ایک انسانی جان کے تحفظ اور بقاء کا سوال ہے اس لئے پیوندکاری جائز ہے۔

زندہ انسانوں کے عضو کی منتقلی میں البتہ یہ شبہ پیدا ہوتا ہے کہ کہ فقہاء نے مکرہ کے لئے اس کو جائز قرار نہیں دیا ہے کہ وہ کسی شخص کی اجازت سے بھی اس کے جسم سے کچھ حصہ کاٹ کھائے، جیسا کہ علامہ کاسانی لکھتے ہیں:

'' واما لنوع الذی لایباح ولا یرخص بالاکراہ اصلاً فھو قتل المسلم بغیر حق لایحتمل الاباحة بحال.....وکذا قطع عضو من اعضائه....ولو اذن له المکرہ علیه فقال للمکرہ افعل لایباح له ان یفعل'' ۲۴

**ترجمہ**

''بہر حال وہ فرع جو مباح نہیں ہے اور نہ اکراہ کی وجہ سے اس میں کسی بھی صورت میں رخصت دی جاتی ہے تو وہ فرع ناحق کسی مسلمان کو قتل کرنا ہے، چاہے اکراہ ناقص ہو یا تام.....اور ایسے ہی انسان

کے اعضاء میں سے کسی عضو کو کاٹنا.... اگرچہ مکرہ علیہ اسے اجازت دیتے ہوئے کہہ دے کہ کاٹ لو تو کاٹنا اس کے لئے جائز نہیں ہوگا''

اس لئے اگر مرنے والے کے اعضاء کی پیوندکاری کو جائز بھی قرار دیا جائے تو بھی اس بات کو جائز نہیں ہونا چاہیے کہ زندہ شخص کا عضو دوسرے شخص کو منتقل کیا جائے، گو خود اس پر رضامند ہو، لیکن اگر ہم فقہاء کی اس طرح کی تعبیر کو موجودہ زمانہ کی تحقیق اور اکتشاف کے تناظر میں دیکھیں تو معلوم ہوگا کہ پیوند کاری کے طریقہ میں ہلاکت یا ضرر کا کوئی اندیشہ نہیں، اس لئے جب یہ عمل محفوظ طریقہ پر انجام دیا جائے اور عضو کا عطیہ دینے والا خود اس پر بغیر کسی زبردستی رضامند بھی ہے تو اس کو درست ہونا چاہیے۔

اس مسئلہ میں مسلمانوں اور کافر کے اعضاء میں استحباب کے درجہ میں تفریق ہو تو درست ہے، یعنی بہتر ہے کہ ایک مسلمان کے جسم میں دوسرے مسلمان کے عضو کی پیوندکاری ہو، مگر اس کو شرط کا درجہ دینا درست نظر نہیں آتا، دودھ پلانے والی عورت کے متعلق سرخسی کا بیان ہے:

ولابأس بان يستاجر المسلم الظئر الكافرة والتى قد ولت من الفجور لان خبث الكفر فى اعتقادها دون لبنها [25]

**ترجمہ:**

''اس میں کوئی حرج نہیں کہ کوئی مسلم دودھ پلانے والی کافر عورت کو اجرت پر رکھے، یا ایسی عورت کو جو فاجر ہو، کیونکہ کفر کی خباثت اس کے اعتقاد میں ہوتی ہے، دودھ میں نہیں''

اسی طرح علامہ یوسف القرضاوی لکھتے ہیں:

''غیر مسلم شخص کے عضو کی مسلم شخص کے بدن میں پیوندکاری بالکل جائز اور درست ہے، کیونکہ انسان کے اعضاء مسلم یا کافر نہیں ہوتے اور قرآن کی آیت کہ ﴿ إِنَّمَا الْمُشْرِكُونَ نَجَسٌ ﴾ [26] ''مشرکین نجس اور ناپاک ہیں'' اس آیت میں نجاست سے مراد ظاہری اور جسمانی نجاست نہیں ہے، بلکہ روحانی اور مصنوعی نجاست ہے'' [27]

رابطہ عالم اسلامی مکہ مکرمہ کی اسلامک اکیڈمی نے اعضاء کی پیوند کاری سے متعلق درج ذیل فیصلہ کیا تھا:

''کسی زندہ انسان کے جسم سے کوئی عضو لینا اور اسے دوسرے انسان میں لگا دینا جو اس کا ضرورتمند ہو، اپنی زندگی بچانے کے لئے یا اپنے بنیادی اعضاء کے عمل میں سے کسی عمل کو واپس لانے کے لئے جائز عمل ہے، جو عضو دینے والے کی نسبت سے کرامت انسانی کے منافی نہیں ہے، دوسری طرف عضو لینے والے کے حق میں نیک تعاون اور بڑی مصلحت کا کام ہے جو ایک مشروع اور قابل تعریف عمل ہے، بشرطیکہ درج ذیل شرائط موجود ہوں:

۱۔ عضو کے لینے سے اس کی عام زندگی کو نقصان پہنچانے والا ضرر نہ لاحق ہوتا ہو، کیونکہ شریعت کا اصول ہے کہ کسی نقصان کے ازالہ کے لئے اسی جیسے یا اس سے بڑے نقصان کو گوارا نہیں کیا جائے گا اور چونکہ ایسی صورت میں عضو کی پیشکش اپنے آپ کو ہلاکت میں ڈالنے کے مرادف ہوگا، جو شرعاً ناجائز ہے۔

۲۔ عضو دینے والے رضا کار نے اپنی خواہش سے اور بغیر کسی دباؤ کے دیا ہو۔

۳۔ ضرورت مند مریض کے علاج کے لئے عضو کی پیوند کاری ہی طبّی نقطہ نظر سے تنہا ممکن ذریعہ رہ گیا ہو۔

۴۔ عضو لینے اور عضو لگانے کے عمل کی کامیابی غالباً یا عادۃً یقینی ہو'' ۲۸

**مجمع الفقہ الاسلامی الہند** کا اس بارے میں درج ذیل فیصلہ ہے:

''اگر کوئی مریض ایسی حالت میں پہنچ جائے کہ اس کا کوئی عضو اس طرح بے کار ہو کر رہ گیا ہے کہ اگر اس عضو کی جگہ کسی دوسرے انسان کا عضو اس کے جسم میں پیوند نہ کیا جائے تو قوی خطرہ ہے کہ اس کی جان چلی جائے گی اور سوائے انسانی عضو کے کوئی دوسرا متبادل اس کمی کو پورا نہیں کر سکتا اور ماہر قابل اعتماد اطباء کو یقین ہے کہ سوائے عضو انسانی کی پیوند کاری

کے کوئی کوئی راستہ اس کی جان بچانے کا نہیں ہے اور عضو انسانی کی پیوند کاری کی صورت میں ماہر اطباء کو ظن غالب ہے کہ اس کی جان بچ جائے گی اور متبادل عضو انسانی اس مریض کے لئے فراہم ہے، تو ایسی ضرورت، مجبوری اور بے کسی کے عالم میں عضو انسانی کی پیوند کاری کرا کر اپنی جان بچانے کی تدبیر کرنا مریض کے لئے مباح ہوگا۔

اگر کوئی تندرست شخص ماہر اطباء کی روشنی میں اس نتیجہ پر پہنچتا ہے کہ اگر اس کے دو گردوں میں سے ایک گردہ نکال لیا جائے تو بظاہر اس کی صحت پر کوئی اثر نہیں پڑے گا اور وہ اپنے رشتہ مریض کو اس حال میں دیکھتا ہے کہ اس کا خراب گردہ اگر نہیں بدلا گیا تو بظاہر حال اس کی موت یقینی ہے اور اس کا کوئی متبادل موجود نہیں ہے تو ایسی حالت میں اس کے لئے جائز ہوگا کہ وہ بلا قیمت اپنا ایک گردہ اس مریض کو دے کر اس کی جان بچالے۔''۲۹

اسی طرح ملائیشا میں ایک بین الاقوامی کانفرنس منعقد ہوئی تھی، جس نے اعضاء کی پیوند کاری کے مسئلے پر بحث کرنے کے لئے ایک کمیٹی بنائی تھی، اس کمیٹی نے یہ رائے قائم کی کہ اعضاء کی پیوند کاری کا عمل جائز تو ہے مگر اس کے لئے درج ذیل شرائط ہیں۔

۱۔ پہلی شرط یہ ہے کہ مریض اضطراری حالت میں ہو اور اس کی زندگی بظاہر اس عمل سے بچ سکتی ہو اور کوئی دوسرا متبادل علاج موجود نہ ہو۔

۲۔ دوسری شرط یہ ہے کہ جس کے جسم سے دل یا دوسرا ایسا عضو لیا جا رہا ہو، جس کے بغیر وہ طبی اصول کے مطابق زندہ نہ رہ سکتا ہو، تو اس صورت میں ضروری ہے کہ مریض کی موت کا یقین حاصل کر لیا جائے۔

۳۔ تیسری شرط یہ ہے کہ اس بات کا یقین اور احتیاطی تدابیر کا علم حاصل کر لیا جائے کہ اعضاء کی پیوند کاری کا یہ عمل انسانوں کے قتل یا انسانی اعضاء کی تجارت اور کاروبار کا ذریعہ نہیں بنے گا۔

۴۔ اور چوتھی شرط یہ ہے کہ میت کے وارثوں کی رضامندی حاصل کر لی گئی ہو یا مرنے والے نے وصیت کی ہو کہ میرے جسم کا فلاں عضو لے لیا جائے۔[۳۰]

مفتی نظام الدین الاعظمی مفتی دارالعلوم دیوبند لکھتے ہیں:

''اگر اضطراری صورت ایسی ہوجائے کہ احشاء جسم (اندرون جسم) میں مثلاً گردہ، پھیپھڑا، جگر، دل وغیرہ میں سے کوئی اس درجہ خراب ہو جائے کہ اس کو نکال کر اس کی جگہ دوسرا لگانا ضروری ہو جائے اور ماہر معالجوں کے نزدیک جانبری کے لئے اور زندگی بچانے کے لئے اس عمل کے بغیر چارہ نہ رہے، بلکہ یہی عمل متعین ہو جائے اور صحت وابقاء زندگی کا گمان غالب حاصل رہے تو اس اضطراری حالت میں جان باقی رکھنے کے لئے اس عمل کے بقدر اضطرار گنجائش ہو سکے گی، پھر بھی یہ کوشش لازم ضروری رہے گی کہ بجائے انسانی عضو کے کسی جانور کا عضو اور وہ بھی ماکول اللحم جانور کے عضو سے کام چل سکے تو صرف اسی عضو سے کام لیا جائے۔''[۳۱]

جو علماء اور ماہرین اعضاء کی پیوندکاری کے عدم جواز کے قائل ہیں ان کے سامنے یہ پہلو بھی ہے کہ اگر یہ طریقہ عام ہو جائے اور اس کا شرعی جواز بھی فراہم کر دیا جائے تو انسانی لاشیں مال تجارت بن جائے گی، انسانی اعضاء کا بڑے پیمانے پر کاروبار شروع ہو جائے گا اور انسانیت وآدمیت کی کرامت ختم ہو کر رہ جائے گی، نفس پرستی اور خودغرضی کے اس دور میں یہ بھی بعید نہیں ہے کہ کچھ لوگ اپنی عیاشی اور خودغرضی کے لئے غریبوں اور ان کے بچوں کی زندگی سے کھیلنا شروع کر دیں اور یہ بھی ممکن ہے کہ کچھ لوگ اپنی غربت اور مفلوک الحالی کی وجہ سے اپنے رشتہ داروں کی لاشیں فروخت کرنا شروع کر دیں، اس لئے اگر اعضاء کی پیوندکاری کا عمل اس بڑی خرابی کا ذریعہ بن رہا ہو تو اضطراری حالت میں جائز ہونے کے باوجود اس پر پابندی لگائی جا سکتی ہے۔[۳۲] اس لئے فقہاء کے نزدیک اضطراری حالت میں اگر چہ اعضاء کی پیوندکاری جائز ہے لیکن اس کی خرید وفروخت کی قطعاً اجازت نہیں دی جا سکتی، جیسا کہ علامہ قرضاوی لکھتے ہیں:

''انسانی اعضاء کا عطیہ تو جائز ہے لیکن اس کی خرید و فروخت جائز نہیں ہے، تا کہ انسانی جسم سامان تجارت نہ بن جائے کہ اس کی بے حرمتی لازم آتی ہے، افسوس کی بات ہے کہ بعض غریب ممالک میں انسانی اعضاء کی تجارت زوروں پر ہے۔ غریبوں کو پیسے کا لالچ دے کر یا ان کی بے خبری میں ان اعضاء نکال لئے جاتے ہیں اور مال داروں کو مہنگے داموں فروخت کئے جاتے ہیں، بلاشبہ یہ ایک گھناؤنا جرم ہے'' ۳۳

خلاصہ یہ کہ اصولاً تو انسانی اعضاء کی پیوند کاری اور ان کا استعمال و ابتذال ممنوع ہے، لیکن بعض شرعی قواعد کے تحت اضطراری حالت میں بقدر ضرورت یہ عمل جائز درج ذیل شرائط کے ساتھ جائز ہے۔

۱۔ مریض کی موت یا اس کے کسی عضو کے ضائع ہو جانے کا شدید خطرہ ہو۔

۲۔ ماہرین کی رائے یہ ہو کہ انسانی عضو کی پیوند کاری سے مریض کے شفایاب ہونے کی قوی امید ہے اور اس عمل کی کامیابی کا غالب گمان ہے۔

۳۔ جس شخص کی لاش سے کوئی عضو لیا جا رہا ہو اس کے بارے میں اچھی طرح یقین حاصل کر لیا گیا ہو کہ یہ مر گیا ہے اور اس کے جسم میں زندگی کی کوئی رمق باقی نہیں رہی۔

۴۔ اگر زندہ شخص کا کوئی عضو مثلاً گردہ لیا جا رہا ہو، تو اس صورت میں یہ یقین یا غالب گمان حاصل کر لیا گیا ہو کہ اس کی زندگی کو کوئی خطرہ نہیں ہے اور وہ اپنی خوشی سے یہ عطیہ دے رہا ہے۔

۵۔ اس بات کا اطمینان حاصل کر لیا گیا ہو کہ اعضاء کی پیوند کاری کا یہ عمل انسانی اعضاء کے کاروبار کا ذریعہ ثابت نہیں ہوگا اور حکومتوں نے اس بارے میں قانون کے ذریعے تمام انسدادی اور احتیاطی تدابیر اختیار کر لی ہوں۔

# حوالہ جات


۱۔ بخاری، کتاب الطب، باب ما انزل الله داءً الا انزل الله له شفاء۔

۲۔ نسائی، کتاب الزینة،باب من اصیب انفه هل یتخذ انفاً من ذهب.

۳۔ ابی جعفر احمد بن محمد الطحاوی، شرح معانی الآثار،لاهور،مطبع مجتبائی،۱۹۸۳ء،کتاب الکراهة، باب التختم بالذهب ،۲: ۳۵۰.

۴۔ البقرہ،۲: ۲۹.

۵۔ جلال الدین عبدالرحمن بن ابی بکر السیوطی،الاشباه والنظائر،بیروت،دارالکتب العلمیه،۲۰۰۵ء، ۱: ۱۳۱..

۶۔ محمد بن حسین الطوری،تکمله بحر الرائق،مصر، دارالکتب العربیه الکبریٰ،کتاب الکراهیة،فصل فی البیع.

۷۔ طاهربن عبدالرشید،خلاصة الفتاویٰ،کوئٹه،مکتبه رشیدیه،کتاب الکراهیة،فصل فی اللبس.

۸۔ شیخ محمد امین الشهیر بابن عابدین،ردالمحتار علی الدرالمختار،مصر، دارالکتب العربیة الکبریٰ،کتاب الحظر والاباحة،فصل فی اللبس،۵: ۲۵۵.

۹۔ فتاویٰ هندیه،کتاب الکراهیة،باب فی التداوی والمعالجات،۵: ۳۵۴.

۱۰۔ ایضاً،۵: ۳۵۴.

۱۱۔ یوسف القرضاوی،فتاویٰ،(مترجم سید زاهداصغر فلاحی)لاهور،دارالنوادر،۲: ۲۲۱.

۱۲۔ علاؤ الدین ابی بکر بن مسعود الکاسانی،بدائع الصنائع،کوئٹہ، مکتبہ رشیدیہ،کتاب الاستحسان،۵: ۱۳۳

۱۳۔ فتاویٰ،۲: ۲۱۶، ۲۱۷۔

۱۴۔ زین الدین بن ابراهیم،الشهیر بابن نجیم،الاشباه والنظائر علی مذهب ابی حنیفه النعمان ،بیروت،دار الکتب العلمیه، ۱۹۹۹ء،ص،۷۳.

۱۵۔ الحموی،شیخ سید احمد بن محمد المصری،شرح الحمویٰ علی الاشباه والنظائر لابن نجیم، کراچی،ادارة القرآن والعلوم الاسلامیه،۲۰۰۴ء،۱: ۲۰۲. ایضاً فی الاشباه والنظائر للسیوطی، ۱: ۱۷۶.

۱۶ الاشباه والنظائر لابن نجیم،ص ۷۶.

۱۷۔ ایضاً،ص،۷۶.

۱۸۔ مولانا گوهر رحمن،تفهیم المسائل،مردان،مکتبه تفهیم القرآن،۳: ۱۸۰، ۱۸۱.

۱۹۔ الاشباه والنظائر لابن النجیم،ص ۶۴.

۲۰۔ شیخ زین الدین الشهیر بابن نجیم،البحر الرائق،مصر،دار الکتب العربیة الکبریٰ،کتاب البیع،باب البیع الفاسد،۶: ۸۱.

۲۱۔ خالد سیف الله رحمانی، اعضاء کی پیوند کاری،جدید فقهی مباحث،کراچی ادارة القرآن ، ۱: ۲۰۶.

۲۲۔ مفتی کفایت الله ،کفایت المفتی، ملتان ،مکتبه امدادیه،کتاب الحضر والاباحة، ۹: ۱۴۳.

۲۳. محمد بن حسین بن علی الطوری،تکمله البحر الرائق،کتاب الکراهیة ،فصل فی البیع، ۸: ۲۰۵.

۲۴. بدائع الصنائع للكاساني، كتاب الاكراه، فصل بيان حكم مايقع عليه الاكراه، ۷:۱۷۷.

۲۵. شمس الدين السرخسي، كتاب المبسوط، بيروت، دار المعرفة، كتاب الاجارات، باب اجارة الظئر.

۲۶. التوبه، ۹: ۲۸

۲۷۔ فتاویٰ، ۲: ۲۲۰، ۲۲۱.

۲۸۔ مجاہد الاسلام قاسمی، عصر حاضر کے پیچیدہ مسائل کا شرعی حل، کراچی، ادارۃ القرآن والعلوم الاسلامیہ، ۱۴۲۲ھ، ص ۱۵۷، ۱۵۸۔

۲۹۔ مجاہد الاسلام قاسمی، اہم فقہی فیصلے، کراچی، ادارۃ القرآن والعلوم الاسلامیہ، ۱۹۹۹ء، ص ۱۳۔

۳۰۔ مجلّہ البحوث الاسلامیہ، ریاض، بحوالہ تفہیم المسائل، ۳: ۱۸۵۔

۳۱۔ مفتی نظام الدین الاعظمی، نظام الفتاویٰ، لاہور، مکتبہ رحمانیہ، ۱: ۳۸۶۔

۳۲۔ تفہیم المسائل، ۳: ۱۸۶، ۱۸۷۔

۳۳۔ فتاویٰ، ۲: ۲۱۹۔

# کتابیات


۱. بخاری، الامام الحافظ ابی عبدالله، محمد بن اسمٰعیل، الجامع الصحیح، دهلی، اصح المطابع، ۱۹۳۸ء.

۲۔ نسائی، حافظ عبدالرحمٰن، المجتبیٰ من السنن، کراچی قدیمی کتب خانه.

۳. ابی جعفر احمد بن محمد الطحاوی، شرح معانی الآثار، لاهور، مطبع مجتبائی، ۱۹۸۳ء

۴. جلال الدین عبدالرحمن بن ابی بکر السیوطی، الاشباه والنظائر، بیروت، دار الکتب العلمیه، ۲۰۰۵ء..

۵. محمد بن حسین الطوری، تکمله بحر الرائق، مصر، دار الکتب العربیه الکبریٰ.

۶. طاہر بن عبدالرشید، خلاصۃ الفتاویٰ، کوئٹہ، مکتبہ رشیدیہ۔

۷. شیخ محمد امین الشهیر بابن عابدین، ردالمحتار علی الدر المختار، مصر، دار الکتب العربیة الکبریٰ.

۸. الشیخ نظام و جماعۃ من علماء الھند، الفتاوی الھندیہ، پشاور، نورانی کتب خانہ۔

۹. علاؤ الدین ابی بکر بن مسعود الکاسانی، بدائع الصنائع، کوئٹه، مکتبه رشیدیه.

۱۰. زین الدین بن ابراهیم، الشهیر بابن نجیم، الاشباه والنظائر علی مذهب ابی حنیفه النعمان، بیروت، دار الکتب العلمیه، ۱۹۹۹ء.

۱۱. الحموی، شیخ سید احمد بن محمد المصری، شرح الحموی علی الاشباہ والنظائر لابن نجیم، کراچی، ادارۃ القرآن والعلوم الاسلامیہ، ۲۰۰۴ء۔

۱۲. شیخ زین الدین الشهیر بابن نجیم، البحر الرائق، مصر، دار الکتب العربیة الکبریٰ،

۱۳. مفتی کفایت اللہ، کفایت المفتی، ملتان، مکتبہ امدادیہ، کتاب الحضر والاباحۃ،

۱۴. مفتی نظام الدین الاعظمی، نظام الفتاویٰ، لاهور، مکتبه رحمانیه،

۱۵. شمس الدین السرخسی، کتاب المبسوط، بیروت، دار المعرفه.

۱۶. مجاہد الاسلام قاسمی، عصر حاضر کے پیچیدہ مسائل کا شرعی حل، کراچی، ادارۃ القرآن والعلوم الاسلامیہ، ۱۴۲۲ھ

۱۷۔ اہم فقہی فیصلے، مولانا مجاہد الاسلام قاسمی، اہم فقہی فیصلے، ناشر، ادارۃ القرآن والعلوم الاسلامیہ، کراچی۔

۱۸. جدید فقہی مباحث، ناشر، ادارۃ القرآن والعلوم الاسلامیہ، کراچی۔

۱۹. مفتی محمد شفیع، انسانی اعضاء کی پیوندکاری، کراچی، دار الاشاعت، ۱۹۷۲ء

۲۰. یوسف القرضاوی، فتاویٰ، (مترجم سید زاہد اصغر فلاحی) لاہور، دار النوادر۔

۲۱. مولانا گوہر رحمٰن، تفہیم المسائل، مردان، مکتبہ تفہیم القرآن،

*ISSN : 1813-775X*

# *The Islamic Culture*

*Research Quarterly & Refereed Journal*
*Published by*
*Sheikh Zayed Islamic Centre,*
*University of Karachi*

| | | |
|---|---|---|
| **Vol. No.** | **:** | **XVI** |
| **Year** | **:** | **2007** |
| **Publisher** | **:** | **Sheikh Zayed Islamic Centre,** |
| | **:** | **University of Karachi** |


| | | |
|---|---|---|
| **Telephone No.** | **:** | **0092-21-9261080,81** |
| **Fax No.** | **:** | **0092-21-9261082** |
| **E-Mail** | **:** | **dr.sultani@hotmail.com** |
| | **:** | **sheikhzayed1@hotmail.com** |
| **Mailing Address** | **:** | **Sheikh Zayed Islamic Centre,<br>University of Karachi,<br>University Road, Karachi 75270<br>PAKISTAN** |
| **Composing** | **:** | **Al Noor Composing Services<br>Email: dr_syedamin@hotmail.com** |

- All responsibility regarding the opinion presented and accuracy of the subject matter is on the concerned author.
- The Journal is not obliged to return any article or study that is not approved for publishing.

# THE EDITORIAL BOARD

**Prof. Dr. Pirzada Qasim Raza Siddiqui,** Patron
Vice-Chancellor,
University of Karachi.

**Mr. Amin A. K. Vazir,** Editor-in-Chief
Director, Sheikh Zayed Islamic Centre,
University of Karachi.

**Dr. Syed A. Sultani,** Editor

# THE ADVISORY BOARD

**Prof. Dr. Hasan A. Lateif Al' Shafie**
Former President, International Islamic University,
Member, The Arabic Language Authority Cairo,
United Republic of Egypt

**Prof. Dr. Anwar Hussain Siddiqui,**
President, International Islamic University, Islamabad

**Prof. Dr. Mohammad Akram Chaudhry,**
Vice Chancellor
University of Sargodha, Punjab, Pakistan

**Prof. Dr. Zulfaqar Ali Shah,**
Chairman of North American Islamic Circle, Landarhill, USA.

**Prof. Dr. M. Abdush Shaheed Nomani,**
Chairman, Department of Arabic,
University of Karachi.

**Prof. Dr. Muhammad Zia-Ul-Haq,**
Chairman, Department of Islamic Law,
Allama Iqbal Open University, Islamabad

**Dr. Sahibzada Sajid-ur-Rehman,**
Editor "Fikr-o-Nazar,"
Islamic Research Institute, International Islamic University,
Islamabad

# CONTENTS


- **Fuzzy Logic for the Islamic Knowledge** 1

  **By.** Mr. Amin A. K. Vazir

# Fuzzy Logic for the Islamic Knowledge

**Amin A.K.Vazir***

## 1. CRISP RELATION VERSUS FUZZY RELATION

Elements within a set or elements in different sets often have special connections with one another. These connections are actually relationships that we dealt with everyday and that occur in many context.

These relationships in mathematical term are known as "relation". e.g. the relationships between a business and its telephone number, an employee and his or her salary, a person and a relative and so on. A relation can be considered as a set of tuples, where a tuple is an ordered pair. A binary tuple is denoted as (x, y), a ternary tuple as (x, y, z) and in general an n-ary tuple as $(x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$. As an example, let X = {a, b, c} and Y = {d, e, f, g, h, i, j}, then the relation (binary relation) 'father of' on X × Y may be {(a, d), (a, e), (b, f), (b, g), (b, h), (b, i), (c, j)}.

Let the relation be a subset of $X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n$, then the characteristics function of the relation R assigns a value $\mu_R(x)$ to every x in the domain set $X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n$, such that

$$\mu_R(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \in R \\ 0 & \text{for } x \notin R \end{cases}$$

i.e. $\mu_R: X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n \rightarrow \{0, 1\}$

Just as the characteristic function of a crisp set can be generalized to allow for degrees of set membership, the characteristic function of a crisp relation can be generalized to allow tuples to have degrees of membership within the relation. Thus, a fuzzy relation is a fuzzy set defined on the Cartesian product of crisp sets $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, where tuples $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ may have varying degrees of membership within the relation. The grade of membership indicates the strength of the relation present between the elements of the tuple.

* Asstt. Prof. (Computer Science), Sheikh Zayed Islamic Centre, University of Karachi.

Let the relation R be a subset of the Cartesian product $X_1 \times X_2 \times X_3 \times \ldots \times X_n$ then the relationship function of the relation R assigns a value $\mu_R(x)$ to every x in the product $X_1 \times X_2 \times X_3 \times \ldots \times X_n$ such that

$$\mu_R(x): X_1 \times X_2 \times X_3 \times \ldots \times X_n \to [0, 1]$$

Let X = 1, 2, 3, then 'approximately equal' is the binary fuzzy relation

1/(1,1) + 1/(2,2) + 1/(3,3) + 0.8/(1,2) + 0.8/(2,3) + 0.8/(2,1) + 0.8/(2,1) + 0.8/(3,2) + 0.3/(1,2) + 0.8/(0.3,1)

The membership relation $\mu_R$ of this relation can be described by

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1 \text{ for } x = y \\ 0.8 \text{ for } |x - y| = 1 \\ 0.3 \text{ for } |x - y| = 2 \end{cases}$$

In matrix notation this can be expressed as

| X = | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0.8 | 0.3 |
| 2 | 0.8 | 1 | 0.8 |
| 3 | 0.3 | 0.8 | 1 |

Take another example

Let X = {Makkah, Mina} and

Y = {Arafah, Makkah, Muzdalifah}

Let R be a fuzzy relation "far". This relation can be written as

$\mu_R(x, y)$ = 1/(Makkah, Arafah) + 0/( Makkah, Makkah) + 0.5/( Makkah, Muzdalifah) + 0.75/(Mina, Arafah) + 0.25/(Mina, Makkah) + 0.25/(Mina, Muzdalifah)

which can be expressed in matrix notation as

| | Arafah | Makkah | Muzdalifah |
|---|---|---|---|
| Makkah | 1 | 0 | 0.5 |
| Mina | 0.75 | 0.25 | 0.25 |

**2. OPERATIONS ON FUZZY RELATIONS**

In this section, we will deal with some important operations on fuzzy relations like intersection, union, projection, and cylindrical extension and composition. These relations are very important in

fuzzy logic because they can describe interaction between variables. This is particularly interesting in if-then rules.

**2.1. Fuzzy Intersection**

Let R and S are binary relations defined on X × Y. The intersection of R and S is defined by

$$\forall\ (x, y) \in X \times Y: \mu_{R \cap S}(x, y) = \min(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y))$$

**Example**

Let R = "x is more muttaqi than y":

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.8 | 1 | 0.1 | 0.7 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

and S = "x is closer to Allāh than y":

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.4 | 0 | 0.9 | 0.6 |
| $x_2$ | 0.9 | 0.4 | 0.5 | 0.7 |
| $x_3$ | 0.3 | 0 | 0.8 | 0.5 |

then R ∩ S =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.4 | 0 | 0.1 | 0.6 |
| $x_2$ | 0 | 0.4 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.3 | 0 | 0.7 | 0.5 |

Now if we use the formula,

$$\frac{\mu_R(x, y) \cdot \mu_S(x, y)}{\mu_R(x, y) + \mu_S(x, y) - \mu_R(x, y) \cdot \mu_S(x, y)}$$

then the result is

R ∩ S =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.3636 | 0 | 0.0989 | 0.4773 |
| $x_2$ | 0 | 0.3636 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.2903 | 0 | 0.5957 | 0.4444 |

**2.2. Fuzzy Union**

Let R and S are binary relations defined on X × Y. The union R and S is defined by

$$\forall (x, y) \in X \times Y: \mu_{R \cup S}(x, y) = \max(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y))$$

**Example**

Consider R and S once again

Let R = “x is more muttaqi than y”:

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.8 | 1 | 0.1 | 0.7 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

and S = “x is closer to Allāh than y”:

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.4 | 0 | 0.9 | 0.6 |
| $x_2$ | 0.9 | 0.4 | 0.5 | 0.7 |
| $x_3$ | 0.3 | 0 | 0.8 | 0.5 |

then R ∪ S =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.4 | 0 | 0.1 | 0.6 |
| $x_2$ | 0 | 0.4 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.3 | 0 | 0.7 | 0.5 |

Now if we use the formula, $\mu_R(x, y) + \mu_S(x, y) - \mu_R(x, y) . \mu_S(x, y)$, then the result is

R ∪ S =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.88 | 1 | 0.9 | 0.7 |
| $x_2$ | 0.9 | 0.8 | 0.5 | 0.7 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.8 | 0.8 |

**2.3. Projection**

Consider R = “x is more muttaqi than y”:

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.8 | 1 | 0.1 | 0.7 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

then the projection of R on X means that $x_1$ is assigned the highest degree of membership from the tuples $(x_1, y_1)$, $(x_1, y_2)$, $(x_1, y_3)$ and $(x_1, y_4)$, i.e., 1 which is the maximum of the first row.

$x_2$ is assigned the highest degree of membership from the tuples $(x_2, y_1)$, $(x_2, y_2)$, $(x_2, y_3)$ and $(x_2, y_4)$, i.e., 0.8 which is the maximum of the second row.

$x_3$ is assigned the highest degree of membership from the tuples $(x_3, y_1)$, $(x_3, y_2)$, $(x_3, y_3)$ and $(x_3, y_4)$, i.e., 1 which is the maximum of the third row.

So one obtains the projection of R on X as

$$\text{Proj R on X} = 1/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3$$

In the same way, the projection on Y can be taken by searching for the maxima of the four columns. This gives the fuzzy set

$$\text{Proj R on Y} = 0.9/y_1 + 1/y_2 + 0.7/y_3 + 0.8/y_4$$

**2.4. Cylindrical Extension**

The projection operation brings a ternary relation back to a binary relation, or a binary relation to a fuzzy set, or a fuzzy set to a single crisp value. The projection operation is almost always used in combination with the cylindrical extension. The cylindrical extension is more or less the opposite of the projection. It extends fuzzy sets to fuzzy binary relations, fuzzy binary relations to fuzzy ternary relations and so on.

Cylindrical extension may be easily understood by the following example:

Let the fuzzy set

$$\text{Proj R on X} = 1/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3 = A$$

then the cylindrical extension of A on the domain X × Y is given by

Ce(A) =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $x_2$ | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| $x_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 |

Consider the fuzzy set

$$\text{Proj } R \text{ on } Y = 0.9/y_1 + 1/y_2 + 0.7/y_3 + 0.8/y_4 = B$$

then the cylindrical extension of B on the domain X × Y is given by

Ce(B) =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |
| $x_2$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

**2.5. Composition**

Let R be the relation

R = "x is more muttaqī than y"

or R =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.8 | 1 | 0.1 | 0.7 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

and suppose it is known that "x is momin", which can be expressed by the fuzzy set

$$A = 0.3/x_1 + 1/x_2 + 0.8/x_3$$

The combination of the fuzzy relation R and the fuzzy set A, expressed by "x is more muttaqī than y" and "x is small" can be given by the intersection of the relation and the cylindrical extension of A. The cylindrical extension of A into X × Y is

Ce(A) =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| $x_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $x_3$ | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |

The intersection of R and Ce(A) is

$R \cap Ce(A)$ =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.3 | 0.3 | 0.1 | 0.3 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.8 |

The intersection of fuzzy set and fuzzy relation with the aid of cylindrical extension and then the projection of that intersection is known as composition. The composition operation is denoted by o. It is a special kind of fuzzy intersection.

Let A be a fuzzy set defined on X and R be a fuzzy relation defined on X × Y, then the composition of A and R defined on Y, resulting in a fuzzy set B, is given by

$$B = A \text{ o } R = \text{Proj } (Ce(A) \cap R) \text{ on } Y$$

e.g., consider R ∩ Ce(A) given in the previous topic then the composition of A and R, resulting in B is given by

$$B = 0.8/y_1 + 0.8/y_2 + 0.7/y_3 + 0.8/y_4$$

Similarly if C is a fuzzy set defined on Y and R is a fuzzy relation defined on X × Y, then the composition of C and R defined on X, resulting in a fuzzy set D, is given by

$$D = C \text{ o } R = \text{Proj } (Ce(C) \cap R) \text{ on } X$$

Let "y is sāleh" is expressed by the fuzzy set

$$C = 0.9/y_1 + 1/y_2 + 0.7/y_3 + 0.8/y_4$$

and R =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.8 | 1 | 0.1 | 0.7 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

Now

Ce(C) =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |
| $x_2$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

and R ∩ Ce(C) =

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.8 | 1 | 0.1 | 0.7 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

And therefore

$$D = C \circ R = \text{Proj } (R \cap Ce(C)) \text{ on } X$$

$$= 1/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3$$

Suppose there are two relations R and S, where R is defined on X × Y and S is defined on Y × Z. It is of course not possible to take the intersection of R and S, because they are defined on different domains. In this case, one has to extend both relations to X × Y × Z. When this has happened, one can take the intersection. This intersection has to be Projected onto X × Z. Formally T the intersection of R and S is

$$T = R \circ S = \text{Projection of } (Ce(R) \cap Ce(S)) \text{ on } X \times Z$$

i.e. we have to find the composition of R and S

Compositions of binary fuzzy relations can be performed conveniently in terms of membership matrices of the relations. Let $R = [r_{ik}]_{m \times p}$, $S = [s_{kj}]_{p \times n}$ and $T = [t_{ij}]_{m \times n}$ be membership matrices of binary relations such that
$T = R \circ S$. We can then write, using this matrix notation,

$$[t_{ij}]_{m \times n} = [r_{ik}]_{m \times p} \circ [s_{kj}]_{p \times n}$$

where $t_{ij} = \max [\min(r_{i1}, s_{1j}), \min(r_{i2}, s_{2j}), \ldots, \min(r_{ip}, s_{pj})]$

or $t_{ij} = \max\limits_{k} \min(r_{ik}, s_{kj})$

Let R = "x is more muttaqi than y":

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.8 | 1 | 0.1 | 0.7 |
| $x_2$ | 0 | 0.8 | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.9 | 1 | 0.7 | 0.8 |

and S = "y is closer to Allāh than z":

| | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ |
|---|---|---|---|
| $y_1$ | 0.4 | 0.9 | 0.3 |
| $y_2$ | 0 | 0.4 | 0 |
| $y_3$ | 0.9 | 0.5 | 0.8 |
| $y_4$ | 0.6 | 0.7 | 0.5 |

then T, the intersection of R and S can be determined as:

$t_{11}$ = max [min($r_{11}$, $s_{11}$), min($r_{12}$, $s_{21}$), min($r_{13}$, $s_{31}$), min($r_{14}$, $s_{41}$)]
= max [min(0.8, 0.4), min(1, 0), min(0.1, 0.9), min(0.7, 0.6)]
= max [0.4, 0, 0.1, 0.6] = 0.6

$t_{12}$ = max [min($r_{11}$, $s_{12}$), min($r_{12}$, $s_{22}$), min($r_{13}$, $s_{32}$), min($r_{14}$, $s_{42}$)]
=max [min(0.8, 0.9),min(1, 0.4), min(0.1, 0.5), min(0.7, 0.7)]
= max [0.8, 0.4, 0.1, 0.7] = 0.8

$t_{13}$ = max [min($r_{11}$, $s_{13}$), min($r_{12}$, $s_{23}$), min($r_{13}$, $s_{33}$), min($r_{14}$, $s_{43}$)]
= max [min(0.8, 0.3), min(1, 0), min(0.1, 0.8), min(0.7, 0.5)]
= max[0.3, 0, 0.1, 0.5] = 0.5

$t_{21}$ = max [min($r_{21}$, $s_{11}$), min($r_{22}$, $s_{21}$), min($r_{23}$, $s_{31}$), min($r_{24}$, $s_{41}$)]
= max [min(0, 0.4), min(0.8, 0), min(0, 0.9), min(0, 0.6)]
= max [0, 0, 0, 0] = 0

$t_{22}$ = max [min($r_{21}$, $s_{12}$), min($r_{22}$, $s_{22}$), min($r_{23}$, $s_{32}$), min($r_{24}$, $s_{42}$)]
= max [min(0, 0.9), min(0.8, 0.4), min(0, 0.5), min(0, 0.7)]
= max [0, 0.4, 0, 0] = 0.4

$t_{23}$ = max [min($r_{21}$, $s_{13}$), min($r_{22}$, $s_{23}$), min($r_{23}$, $s_{33}$), min($r_{24}$, $s_{43}$)]
= max [min(0, 0.3), min(0.8, 0), min(0, 0.8), min(0, 0.5)]
= max [0, 0, 0, 0] = 0

$t_{31}$ = max [min($r_{31}$, $s_{11}$), min($r_{32}$, $s_{21}$), min($r_{33}$, $s_{31}$), min($r_{34}$, $s_{41}$)]
= max [min(0.9, 0.4), min(1, 0), min(0.7, 0.9), min(0.8, 0.6)]
= max [0.4, 0, 0.7, 0.6] = 0.7

$t_{32}$ = max [min($r_{31}$, $s_{12}$), min($r_{32}$, $s_{22}$), min($r_{33}$, $s_{32}$), min($r_{34}$, $s_{42}$)]

$= \max[\min(0.9, 0.9), \min(1, 0.4), \min(0.7, 0.5), \min(0.8, 0.7)]$
$= \max [0.9, 0.4, 0.5, 0.7] = 0.9$

$t_{33} = \max [\min(r_{31}, s_{13}), \min(r_{32}, s_{23}), \min(r_{33}, s_{33}), \min(r_{34}, s_{43})]$
$= \max [\min(0.9, 0.3), \min(1, 0), \min(0.7, 0.8), \min(0.8, 0.5)]$
$= \max [0.3, 0, 0.7, 0.5] = 0.7$

therefore the intersection

T =

| | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.6 | 0.8 | 0.5 |
| $x_2$ | 0 | 0.4 | 0 |
| $x_3$ | 0.7 | 0.9 | 0.7 |

**3. FUZZY STATEMENT**

A sentence, whose truth value lies in a closed interval [0, 1], is called a fuzzy statement. The truth t, defines a mapping from the set of statements to the set of truth values:

$$t: \{\text{Statement}\} \rightarrow \{\text{Truth Values}\}$$

In classical or Aristotelian logic, truth allows only the two truth values 1 (for true) and 0 (for false), so according to the Classical or Aristotelian logic

$$t: \{\text{Statement}\} \rightarrow \{0, 1\}$$

According to fuzzy logic, on the other hand,

$$t: \{\text{Statement}\} \rightarrow [0, 1]$$

e.g.,

t { Fārābī is muttaqī) = 0.6 and
t (Abu-Talhā is a waliullāh) = 0.7

are the two fuzzy statements, whose truth values $0.6, 0.7 \in [0, 1]$.

**3.1. Negation of a Fuzzy Statement**

The negation of a fuzzy statement is formed by placing the word "not" within the original or the given statement. The truth value of the negation can be obtained by a complement function like, '1 – a'

where a is the truth value of the original statement e.g., "t (Fārābī is not muttaqī) = 0.4" is the negation of the statement "t(Fārābī is muttaqī) = 0.6"

### 3.2. Fuzzy Compound Statement

Fuzzy Compound statements are composed of sub statements and various connectives (~, ∧, ∨ etc). The fundamental property of a compound statement is that its truth value is completely determined by the way in which its sub statements are connected to form the compound statement.

#### 3.2.1. Fuzzy Conjunction

A fuzzy conjunction is a fuzzy compound statement formed by combining two simple fuzzy statements using the word "and". Let

p: Fārābī is muttaqī with t(p) = 0.6
q: Abu-Talhā is a waliullāh with t(q) = 0.7

then the conjunction is given by the following with the truth value that can be obtained using an intersection function like 'min(a, b)' where a and b are the truth values of the two sub statements p and q.

t( p ∧ q) = t (Fārābī is muttaqī and Abu-Talhā is a waliullāh) = 0.6

#### 3.2.2. Fuzzy Disjunction

A fuzzy disjunction is a fuzzy compound statement formed by combining two simple fuzzy statements using the word "or". If

p: Fārābī is muttaqī with t(p) = 0.6
q: Abu-Talhā is a waliullāh with t(q) = 0.7

then the disjunction is given by the following with the truth value that can be obtained using a union function like 'max(a, b)' where a and b are the truth values of the two sub statements p and q.

t(p ∨ q) = t(Fārābī is muttaqī or Abu-Talhā is a waliullāh) = 0.7

## 4. FUZZY PROPOSITION

A fuzzy compound statement P(p, q, r,….) of the sub fuzzy statements p, q, r, …

is known as fuzzy proposition, if the sub statements are variables. e.g.

p: X is A (where A is a claim and X is an object and both are variables)
q: Y is B (where Y and B are variables)

These fuzzy atomic propositions p and q can be connected with various connectives like
$\sim, \vee, \wedge, \rightarrow$ etc to form a fuzzy compound proposition.

A conditional fuzzy proposition is expressed as

If X is A then Y is B

where X is A and Y is B are the fuzzy propositions. Each of X is A and Y is B is either an atomic or a compound fuzzy proposition. A conditional fuzzy proposition can be denoted by

X is A → Y is B

If each of X is A and Y is B is replaced by a fuzzy statement then a conditional fuzzy statement is obtained, e.g.,

"If Fārābī is muttaqī then he is closed to Allāh"
is a conditional fuzzy statement.

The meaning of Conditional fuzzy proposition and each of its components are given as:

(i) The meaning of "X is A", called the "rule antecedent", is represented by a fuzzy set

$$\tilde{A} = \int_x \mu_A(x)/x$$

(ii) The meaning of "Y is B", called the "rule consequent", is represented by a fuzzy set

$$\tilde{B} = \int_y \mu_B(y)/y$$

(iii) The meaning of the fuzzy conditional is then a fuzzy relation $\mu_R$ such that

$$\forall x \in \chi\, \forall y \in Y: \mu_R(x, y) = \mu_A(x) * \mu_B(y)$$

where $\chi$ and Y are the domains of X and Y, and $*$ is any fuzzy implication operator that will be discussed in the next section.

## 5. SOME FUZZY IMPLICATIONS

The truth function for conditional can have many forms. In the following, a number of relations that represent fuzzy implications are given

### 5.1. Kleene-Dienes or Dienes-Rescher Implication

In section 10, the meaning of the fuzzy conditional is given by the relation

$$\forall x \in \chi\ \forall y \in Y: \mu_R(x, y) = \mu_A(x) * \mu_B(y)$$

If the meaning of this relation is considered as "not X is A or Y is B" and the relations fuzzy complement and fuzzy union are taken as "one minus" and "maximum" operations respectively then the meaning of the relation is given as

$$\mu_R(x, y) = \max(1 - \mu_A(x), \mu_B(y))$$

The relation is known as Kleene-Dienes implication or Dienes-Rescher implication. e.g.,
Consider the rule "if X is A then Y is B", where the meanings of X is A and Y is B are given as

$\tilde{A} = 0.1/x_1 + 0.4/x_2 + 0.7/x_3 + 1/x_4$ and $\tilde{B} = 0.2/y_1 + 0.5/y_2 + 0.9/y_3$

The complement of $\tilde{A}$ according to "one minus" operation is

$$\tilde{A}' = 0.9/x_1 + 0.6/x_2 + 0.3/x_3 + 0/x_4$$

Now the union of $\tilde{A}'$ and $\tilde{B}$ first requires the extensions of $\tilde{A}$ and $\tilde{B}$ and then "maximum" operation can be used.

$Ce(\tilde{A}') =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| $x_3$ | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 |

and $Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

The "maximum" operation gives the conditional

$\therefore \mu_R(x, y) = Ce(\tilde{A}') \cup Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.6 | 0.6 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.3 | 0.5 | 0.9 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

### 5.2. Lukasiewicz Implication

The lukasiewicz implication is given by the relation

$$\mu_R(x, y) = \min(1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y))$$

$Ce(\tilde{A}') =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| $x_3$ | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 |

and $Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

$\therefore \mu_R(x, y) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 1 | 1 |
| $x_2$ | 0.8 | 1 | 1 |
| $x_3$ | 0.5 | 0.8 | 1 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

### 5.3. Zadeh Implication

The zadeh implication is given by the relation

$$\mu_R(x, y) = \max(\min(\mu_A(x), \mu_B(y)), 1 - \mu_A(x))$$

Now

$Ce(\tilde{A}') \cap Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| $x_2$ | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| $x_3$ | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 |

$\cap$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

$=$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.4 | 0.4 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.7 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

, and $Ce(\tilde{A}') =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| $x_3$ | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 |

$\therefore \mu_R(x, y) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| $x_3$ | 0.3 | 0.5 | 0.7 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

### 5.4. Stochastic Implication

The stochastic implication is given by the relation

$$\mu_R(x, y) = \max(1 - \mu_A(x), \mu_A(x).\mu_B(x))$$

$Ce(\tilde{A}') =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| $x_3$ | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 |

$Ce(\tilde{A}') \cap Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.02 | 0.05 | 0.09 |
| $x_2$ | 0.08 | 0.2 | 0.36 |
| $x_3$ | 0.14 | 0.35 | 0.63 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

$\therefore \mu_R(x, y) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.9 | 0.9 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| $x_3$ | 0.3 | 0.35 | 0.63 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

**5.5. Goguen Implication**

The goguen implication is given by

$$\mu_R(x, y) = \min(1, \mu_A(x) / \mu_B(y))$$

Applying min between

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 1 | 1 |
| $x_2$ | 1 | 1 | 1 |
| $x_3$ | 1 | 1 | 1 |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 |

and

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.5 | 0.2 | 0.11 |
| $x_2$ | 2 | 0.8 | 0.44 |
| $x_3$ | 3.5 | 1.4 | 0.77 |
| $x_4$ | 5 | 2 | 1.11 |

we get

$\therefore \mu_R(x, y) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.5 | 0.2 | 0.11 |
| $x_2$ | 1 | 0.8 | 0.44 |
| $x_3$ | 1 | 1 | 0.77 |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 |

## 5.6. Gödel Implication

The Gödel implication is given by

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mu_A(x) \leq \mu_B(y) \\ \mu_B(y), & \text{otherwise} \end{cases}$$

For

$Ce(\tilde{A}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| $x_2$ | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| $x_3$ | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 |

and $Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

$\therefore \mu_R(x, y) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 1 | 1 |
| $x_2$ | 0.2 | 1 | 1 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 1 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

## 5.7. Sharp Implication

The sharp implication is given by

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mu_A(x) \leq \mu_B(y) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

For

$Ce(\tilde{A}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| $x_2$ | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| $x_3$ | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 |

and $Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

$\therefore \mu_R(x, y) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 1 | 1 |
| $x_2$ | 0 | 1 | 1 |
| $x_3$ | 0 | 0 | 1 |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 |

**5.8. Mamdani Implication**

The Mamdani implication is given by the relation

$$\mu_R(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

For

$Ce(\tilde{A}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| $x_2$ | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| $x_3$ | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 |

and $Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

$\therefore \mu_R(x, y) =$

| | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| $x_2$ | 0.2 | 0.4 | 0.4 |
| $x_3$ | 0.2 | 0.5 | 0.7 |
| $x_4$ | 0.2 | 0.5 | 0.9 |

## 6. BI-CONDITIONAL FUZZY PROPOSITION AND LOGICAL EQUIVALENCE

Statements A and B are logically equivalent or A=B if and only if A implies B and B implies A. The Lukasiewics equivalence has the form

$$t_L(A = B) = 1 - |t(A) - t(B)|$$

So two fuzzy statements A and B are (100%) equivalent if and only if they have the same truth values:

$$t(A) = t(B)$$

## 7. FUZZY ARGUMENT

Inference rules in classical logic are based on the various tautologies. These are *Modus Ponens, Modus Tollens, Hypothetical Syllogism, Disjunctive Syllogism, Constructive Dilemma, Absorption, Simplification, Conjunction* and *Addition.* These tautologies are known as "Rules of Inference" and are the elementary valid argument forms, whose validity is easily established by truth tables. They can be used to construct formal proofs of validity for a wide range of more complicated arguments. These inference rules can be generalized within the framework of fuzzy logic to facilitate approximate reasoning, e.g., for the *Generalized Modus Ponens*, we follow the following procedure

Let R is a fuzzy relation in X × Y. Let P and Q are fuzzy sets on X and Y respectively, then if R and P are given, we can compute Q by the equation

$$Q(y) = \sup x \in X \min[P(x), R(x, y)]$$

for all $y \in Y$. This equation can also be written in the matrix notation as follows and is known as "*Compositional Rule of Inference*".

$$Q = P \circ R$$

Let X is A: ruler is momin

Y is B: judiciary is impartial

Z is C: public is happy

where the meanings of "X is A", "Y is B" and "Z is C" are given as

$$\tilde{A} = 0.5/x_1 + 1/x_2 + 0.6/x_3,\ \tilde{B} = 1/y_1 + 0.4/y_2,\ \tilde{C} = 0.2/z_1 + 1/z_2$$

Then the three generalized inference rules, i.e., *Generalized Modus Ponens, Generalized Modus Tollens, and Generalized*

*Hypothetical Syllogism,* based on the "*Compositional Rule of Inference*", are described below:

**7.1. Generalized Modus Ponens**

The argument of the type "If X is A then Y is B, X is P, therefore Y is Q" is in Generalized Modus Ponens form where the meaning of "X is P" is $\tilde{P} = 0.6/x_1 + 0.9/x_2 + 0.7/x_3$. The Generalized Modus Ponens can also be written as:

$$\begin{array}{ll} & \text{If X is A then Y is B} \\ & \underline{\text{X is P}\qquad\qquad\quad} \\ \text{therefore} & \text{Y is Q} \end{array}$$

Now it is required to compute the conclusion "Y is Q". The procedure of the computation is given below

The cylindrical extensions of $\tilde{A}'$, $\tilde{B}$ and $\tilde{P}$ are

$Ce(\tilde{A}') =$

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 0.5 | 0.5 |
| $x_2$ | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.4 | 0.4 |

$Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0.4 |
| $x_2$ | 1 | 0.4 |
| $x_3$ | 1 | 0.4 |

and

$Ce(\tilde{P}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 0.6 | 0.6 |
| $x_2$ | 0.9 | 0.9 |
| $x_3$ | 0.7 | 0.7 |

Using Lukasiewicz implication

$Ce(\tilde{A}') \vee Ce(\tilde{B}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0.9 |
| $x_2$ | 1 | 0.4 |
| $x_3$ | 1 | 0.8 |

$[Ce(\tilde{A}') \vee Ce(\tilde{B})] \wedge Ce(\tilde{P}) =$

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0.9 |
| $x_2$ | 1 | 0.4 |
| $x_3$ | 1 | 0.8 |

$= Ce(\tilde{Q})$

The projection of $Ce(\tilde{Q})$ on y gives

$$\tilde{Q} = 0.9/y_1 + 0.7/y_2$$

### 7.2. Generalized Modus Tollens

The argument of the type "If X is A then Y is B, Y is Q, therefore X is P" is in Generalized Modus Tollens form where the meaning of "Y is Q" is $\tilde{Q} = 0.9/y_1 + 0.7/y_2$. The Generalized Modus Tollens can also be written as:

If X is A then Y is B
Y is Q
______________
therefore X is P

Now it is required to compute the conclusion "X is P". The procedure of the computation is given below

The cylindrical extensions of $\tilde{A}'$, $\tilde{B}$ and $\tilde{Q}$ are

$Ce(\tilde{A}') =$

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 0.5 | 0.5 |
| $x_2$ | 0 | 0 |
| $x_3$ | 0.4 | 0.4 |

$$Ce(\tilde{B}) = \begin{array}{c|c|c|} & y_1 & y_2 \\ x_1 & 1 & 0.4 \\ x_2 & 1 & 0.4 \\ x_3 & 1 & 0.4 \end{array}$$

and

$$Ce(\tilde{Q}) = \begin{array}{c|c|c|} & y_1 & y_2 \\ x_1 & 0.9 & 0.7 \\ x_2 & 0.9 & 0.7 \\ x_3 & 0.9 & 0.7 \end{array}$$

Using Lukasiewicz implication

$$Ce(\tilde{A}') \vee Ce(\tilde{B}) = \begin{array}{c|c|c|} & y_1 & y_2 \\ x_1 & 1 & 0.9 \\ x_2 & 1 & 0.4 \\ x_3 & 1 & 0.8 \end{array}$$

$$[Ce(\tilde{A}') \vee Ce(\tilde{B})] \wedge Ce(\tilde{Q}) = \begin{array}{c|c|c|} & y_1 & y_2 \\ x_1 & 0.9 & 0.7 \\ x_2 & 0.9 & 0.4 \\ x_3 & 0.9 & 0.7 \end{array} = Ce(\tilde{P})$$

The projection of $Ce(\tilde{P})$ on x gives

$$\tilde{P} = 0.9/x_1 + 0.9/x_2 + 0.9/x_3$$

**7.3. Generalized Hypothetical Syllogism**

The argument of the type "If X is A then Y is B, if Y is B then Z is C, therefore if X is A then Z is C " is in Generalized Hypothetical Syllogism form. The Generalized Hypothetical Syllogism can also be written as:

If X is A then Y is B
if Y is B then Z is C
therefore if X is A then Z is C

Now it is required to compute $\mu_{R1}(x, y)$, $\mu_{R2}(x, y)$ and $\mu_{R3}(x, y)$. The Generalized Hypothetical Syllogism holds if $\mu_{R3}(x, y) = \mu_{R1}(x, y) \circ \mu_{R2}(x, y)$. The procedure of the computation is given below

The cylindrical extensions of $\tilde{A}$ and $\tilde{B}$ are

$Ce(\tilde{A})$ =

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 0.5 | 0.5 |
| $x_2$ | 1 | 1 |
| $x_3$ | 0.6 | 0.6 |

and

$Ce(\tilde{B})$ =

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0.4 |
| $x_2$ | 1 | 0.4 |
| $x_3$ | 1 | 0.4 |

Using Gödel implication

$\mu_{R1}(x, y)$ =

| | $y_1$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0.4 |
| $x_2$ | 1 | 0.4 |
| $x_3$ | 1 | 0.4 |

The cylindrical extensions of $\tilde{B}$ and $\tilde{C}$ are

$Ce(\tilde{B})$ =

| | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|
| $y_1$ | 1 | 1 |
| $y_2$ | 0.4 | 0.4 |

and

$Ce(\tilde{C}) =$

| | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|
| $y_1$ | 0.2 | 1 |
| $y_2$ | 0.2 | 1 |

Using Gödel implication

$\mu_{R2}(x, y) =$

| | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|
| $y_1$ | 0.2 | 1 |
| $y_2$ | 0.2 | 1 |

The cylindrical extensions of $\tilde{A}$ and $\tilde{C}$ are

$Ce(\tilde{A}) =$

| | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 0.5 | 0.5 |
| $x_2$ | 1 | 1 |
| $x_3$ | 0.6 | 0.6 |

and

$Ce(\tilde{C}) =$

| | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0.4 |
| $x_2$ | 1 | 0.4 |
| $x_3$ | 1 | 0.4 |

Using Gödel implication

$\mu_{R3}(x, y) =$

| | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 1 |
| $x_2$ | 0.2 | 1 |
| $x_3$ | 0.2 | 1 |

Now $\mu_{R1}(x, y)$ o $\mu_{R2}(x, y) =$

| | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 0.2 | 1 |
| $x_2$ | 0.2 | 1 |
| $x_3$ | 0.2 | 1 |

$= \mu_{R3}(x, y)$

Therefore the Generalized Hypothetical Syllogism holds

**References**


1. Klir, George J., Yuan, Bo(1997). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, Theory and Applications,* New Delhi-110001: Prentice Hall of India(Pvt. Ltd.)
2. Driankov, D., Hellendoorn, H., Reinfrank, M..(1997). *An Introduction to Fuzzy Control,* New Delhi-110 017: Narosa Publishing House
3. Altrock, Constantin Von(1995). *Fuzzy Logic & Neurofuzzy Applications Explained,* New Jersey 07458: Prentice Hall PTR
4. Kosko, Bart(1997). *Fuzzy Engineering,* New Jersey 07458: Prentice Hall, Inc.
5. Bandemer, Hans. *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic & Fuzzy Methods with Applications*: John Wiley & Sons Ltd.
6. Rodabaugh S.N. *Application of Category Theory to Fuzzy Subjects* : Kluwer Academic Publishers.
7. Sessa, Dinola A.Z. *Fuzzy Relational Equations & their Application to Knowledge Engineer*", Kluwer Academic Publishers.
8. Mc Harris, Brown. *Neurofuzzy Adaptive Modelling & Control* : Prentice Hall.
9. Gersting, Judith L.(1986). *Mathematical Structures for Computer Science,* New York: W.H. Freeman and Company.
10. Rosen, Kenneth H.(2000). *Discrete Mathematics and its Applications*, Boston: WCB McGraw-Hill.
11. Yen, John., Langari, Reza.(1999). *Fuzzy Logic-Intelligence, Control and Information*, New Delhi-110 017: Pearson Education,Inc.
12. Pratt, Ian (1994). *Artificial Intelligence*, London: The Macmillan Press Ltd.
13. Copi, Irving M. and Cohen, Carl (1997). *Introduction to Logic*, New Delhi: Prentice- Hall of India (Private Limited).
14. Lipschutz, Seymour (1982). *Essential Computer Mathematics*, New York: McGraw- Hill Books Company.
15. Lipschutz, Seymour (1981). *Set theory*, Singapore: McGraw-Hill International Books Company.

16. Ayub, Allama Hafiz Muhammad. *Maqālāt-e-Ayyubi (Volume 1)*, Karachi: Maktaba-e-Rāzi.
17. Ayub, Allama Hafiz Muhammad. *Maqālāt-e-Ayyubi (Volume 3)*, Karachi: Maktaba-e-Rāzi.